

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

Коротких Андрея Сергеевича «Динамика концентраций, определяемая нелинейным уравнением «реакция-диффузия» и его обобщениями», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Как известно структурную перестройку физической среды часто объясняют на основе нелинейных диффузионных уравнений Кана-Хилларда и Свифта-Хойенберга. Близким, но более простым уравнением, также способным моделировать структурные перестройки, является уравнение «реакция-диффузия» с кубической нелинейностью.

Диссертационная работа посвящена численно-аналитическим и геометрическим методам бифуркационного анализа многопараметрических семейств вариационных уравнений. Рассмотренные в диссертации уравнения содержат гладкие полиномиальные нелинейности. Предполагается наличие вырожденных по нескольким модам (в порождающих особых состояниях).

Разработка методов анализа моделей указанных типов – достаточно актуальная проблема как с точки зрения развития современного функционального анализа (в частности, анализа фредгольмовых уравнений), так и с точки зрения развития соответствующих методов теории бифуркационного анализа (включая методы теории особенностей гладких функций и теории катастроф), численных методов и комплексов программ. Изученные в диссертации типы уравнений относятся к строительной механике упругих балок и пластин, к теории кристаллов и к другим разделам естествознания.

Основной проблемой, решаемой в диссертации, является вычисление и анализ ветвей устойчивых посткритических состояний концентрации вещества (при фиксированном объеме внедренного вещества). Разработка инструментария для посткритического анализа многопараметрических вариационных задач является мало изученной, но весьма актуальной проблемой.

Автор избрал подход к решению этой проблемы, основанный на вариационной версии метода Ляпунова-Шмидта, впервые предложенной в общем виде в работе «Об одной схеме исследования вырожденных экстремалей функционалов классического вариационного исчисления / М.А. Красносельский, Н.А. Бобылев, Э.М. Мухамадиев // ДАН СССР. – 1978. – Т. 240, №3. – С. 530-533». Позже эта версия развивалась Ю.И. Сапроновым, С.Л. Царевым, Б.М. Даринским и их последователями с целью создания эффективного аппарата для исследования многомодовых посткритических состояний вариационных моделей. Затем Ю.И. Сапронов и Д.В. Костин создали новую модификацию данной версии, способную осуществлять локальный и нелокальный бифуркационный анализ многопараметрических вариационных моделей в условиях многомерного вырождения (с привлечением методик теории катастроф). В последние годы Ю.И. Сапронов и Д.В. Костин усовершенствовали этот метод, расширив область его действия до случая отсутствия непрерывных параметрических семейств собственных функций в главной линейной части уравнения (такие случаи возникают, например, при моделировании неоднородных сред).

В диссертации значительный упор сделан на анализ посткритических состояний упругих балок и пластин и посткритических устойчивых состояний концентрации вещества, внедренного в некоторую среду. Достаточно подробно изложен алгоритм вычисления приближений к ключевым функциям. На основе этого алгоритма создана и апробирована компьютерная программа геометрического моделирования посткритических концентраций. Результаты вычислений приведены в сопровождении компьютерной графики.

Разработанный в диссертации метод посткритического анализа концентраций и основанные на нем вычислительные алгоритмы, несомненно, актуальны и представляют интерес для научной общественности.

Первая глава диссертации носит вспомогательный характер, в ней кратко изложен используемый в дальнейшем математический аппарат и сделан обзор близких результатов других авторов. В первой главе показано, как на основе метода Ляпунова-Шмидта можно построить главную часть ключевой функции. В случае двух ключевых переменных заранее вычисленной системы собственных функций и собственных значений главной линейной части уравнения можно осуществить аналитический и геометрический бифуркационный анализ (локальный и нелокальный), который состоит из описания строения каустики и описания допустимых посткритических bif-раскладов экстремалей. В этой же главе изучено одномерное уравнение «реакция-диффузия».

Развитый в первой главе метод применен во второй главе к задаче изучения посткритических равновесных концентраций в двумерной среде. Показано, как можно построить локальную нормальную форму приближенно вычисленной ключевой функции и провести анализ ветвления равновесных концентраций. Из используемых во второй главе методов на первый план выходят методы функционального анализа фредгольмовых уравнений, а также численные методы и методы теории бифуркационного анализа вариационных уравнений, включая методы теории особенностей гладких функций и теории катастроф.

Третья и четвертая главы посвящены применению развитого в первых двух главах математического аппарата к анализу посткритических концентраций в случае 3-модовых вырождений и, в частности, анализу изгиба упругой плиты на упругом основании (в модели Фусса-Винклера-Циммермана из строительной механики).

В четвертой главе даны также сведения о разработанной диссертантом вычислительной программе, приведены официальные свидетельства о регистрации разработанной программы.

В качестве недостатков можно привести следующие замечания.

1) Отсутствие исследований (хотя бы в простейших случаях) колебаний упругих систем вблизи посткритических стационарных состояний (для балок и пластин). Наличие таких результатов исследования существенно расширило бы теоретическую и прикладную значимость диссертационной работы.

2) Отсутствует информации об имеющихся результатах в случае нарушения симметрии четности по каждой из ключевых переменных.

3) Не понятно, что помешало диссертанту провести более полный анализ главной части ключевой функции, указанной в теоремах 8 и 9, с перечислением всех допустимых раскладов бифурцирующих критических точек и ветвей устойчивых концентраций.

В работе имеются также ряд опечаток, орфографических ошибок и стилистических погрешностей, не влияющих существенно на общее благоприятное впечатление от работы.

Вместе с тем необходимо отметить, что приведенные недостатки не снижают общего положительного впечатления о работе и ее научной значимости. В ней содержится решение важной и интересной задачи исследования посткритических структурных перестроек сложных систем, а также ряда других примыкающих задач, представляющих несомненный научный интерес для современного математического анализа. Безусловно, задача исследования посткритических структурных перестроек сложных систем весьма актуальна и требует привлечения разнообразных методов современного математического анализа, а также новых вычислительных средств. Потребность в развитии новых методов бифуркационного анализа, соответствующих новым запросам практики и современным достижениям вычислительных технологий имеет место и в настоящее время. В этом аспекте диссертация А.С. Коротких выглядит весьма полезной.

Тема диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ. Текст работы изложен

достаточно ясно, основные теоремы четко сформулированы и полностью доказаны, имеется достаточное количество графических иллюстраций.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Все основные результаты своевременно опубликованы в 12 печатных трудах, из которых 5 – в изданиях, рекомендованных ВАК РФ.

Результаты диссертации прошли достаточную апробацию на нескольких международных и общероссийских научных конференциях.

Все выносимые на защиту положения правильно и полно отражают научное содержание диссертации.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертационная работа А.С. Коротких «Динамика концентраций, определяемая нелинейным уравнением «реакция-диффузия» и его обобщениями» представляет собой законченное математическое исследование по актуальной теме, в ней изложено решение новой и актуальной научной задачи, имеющей несомненную научную значимость для специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ. Считаю, что диссертационная работа удовлетворяет требованиям п. 9 Положения ВАК Российской Федерации, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, А.С. Коротких, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доцент кафедры высшей математики
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
педагогический университет»,

доктор физико-математических наук, доцент
23.04.2018

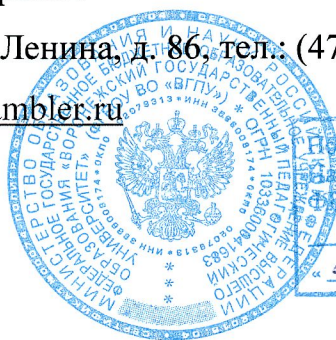


С.В. Корнев

Корнев Сергей Викторович

394043, Воронеж, ул. Ленина, д. 86, тел.: (473) 255-36-63,

e-mail: kornev_vrn@rambler.ru



Подпись Корнева С. В. заверяю
Заместитель начальника управления кадров
ФГБОУ ВО «ВГПУ»
И.С. Полякова
20 18 года